

# Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 222D 331

1. Докажите, что отношение расстояний от произвольной точки гиперболы

$$x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$$

до ее правого (левого) фокуса и до правой (левой) директрисы постоянно и равно эксцентриситету гиперболы.

2. Докажите, что полилинейная функция столбцов квадратной матрицы, обнуляющаяся при совпадении любой пары столбцов, совпадает с определителем этой матрицы, умноженным на значение данной функции на столбцах единичной матрицы.
3. Докажите, что коммутативная ассоциативная алгебра с делением является полем.
4. Элементы квадратной матрицы  $Z$  имеют вид  $z_{ij} = 1$  при  $j = i + 1$  и  $z_{ij} = 0$  в остальных позициях. Докажите, что множество всех вещественных матриц, коммутирующих с матрицей  $Z$ , является коммутативной алгеброй, и найдите ее размерность.